

ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΟΥ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟΥ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ ΜΑΓΝΗΤΙΚΗ ΡΟΠΗ ΠΑΡΑΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΔΙΑΜΑΓΝΗΤΙΚΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

Του Αλέκου Χαραλαμπίδου

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Όταν ένα φορτισμένο σωματίδιο με spin L , βρεθεί μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο B , έχει μαγνητική ροπή μ και ισχύει:

$$L\omega = E = -\mu \times B = \mu B \sin\theta$$

Πρέπει να προσδιορίσουμε το μ , την κυκλική συχνότητα περιστροφής ω (συχνότητα Larmor) και την γωνία θ .

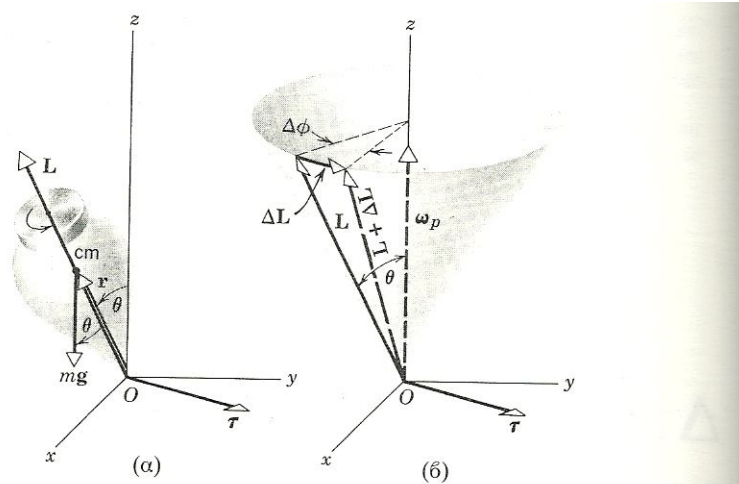
ΤΟ ΜΕΓΕΘΟΣ ΤΗΣ ΜΑΓΝΗΤΙΚΗΣ ΡΟΠΗΣ

Ένα φορτισμένο σωματίδιο λόγω spin θα έχει μαγνητική ροπή,

$$\mu = iA = i\pi r^2 \frac{e}{T} = 2\pi r \cdot \frac{e}{2} = ecr/2 = eL/2m$$

Η ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ LARMOR

Ο άξονας μίας περιστρεφόμενης σφύρας, μεταπίπτει σε γωνία θ και με συχνότητα ω και παραθέτουμε την θεωρία από την ΦΥΣΙΚΗ Halliday-Resnick,



Σχ. 13-1 (α) Μιά σφούρα που εκτελεί μετάπτωση· φαίνονται ή στροφορμή L , τό βάρος mg και τό διάνυσμα r που δείχνει τή θέση του κέντρου μάζας. (β) Ό κώνος που διαγράφει ό άξονας μιάς σφούρας που εκτελεί μετάπτωση. Η γωνιακή ταχύτητα μεταπτώσεως σχεδιάστηκε κατακόρυφη μέ φορά προς τά πάνω.

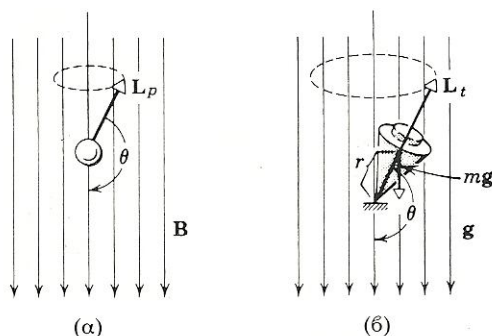
Η γωνία $\Delta\phi = \Delta L / L \sin\theta = \tau \Delta t / L$ όπου τ η ροπή που ασκείται στο κέντρο βάρους της σφούρας και για $\Delta L \ll L$.

$$\omega = \Delta\phi / \Delta t = \tau / L \sin\theta$$

$$\tau = rmg \sin(180 - \theta) = rmg \sin\theta \quad \text{και}$$

$$\omega = mgr / L \quad \text{ή} \quad \tau = \omega \times L = r \times F$$

Για το φορτισμένο σωματίο που έχει την συχνότητα ω μετάπτωσης μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, όπως στο σχήμα παρακάτω, ισχύει,



Σχ. 37-17 (α) Περιστρεφόμενο πρωτόνιο άπ' τον έαυτό του που εκτελεί μετάπτωση μέσα σε έξωωτερικό μαγνητικό πεδίο και (β) στροβιλιζόμενη σφούρα που εκτελεί μετάπτωση μέσα σε έξωωτερικό πεδίο βαρύτητας. L_p και L_t είναι τά διανύσματα των στροφορμών.

$$\tau = L \times \omega = -\mu \times B \quad \text{και} \quad L \times \omega = L \omega \sin 90 = L \omega = E = -\mu B \sin\theta$$

(το διάνυσμα της μαγνητικής ροπής είναι αντίθετο της στροφορμής L)

Τότε η συχνότητα μετάπτωσης Larmor είναι $\omega = (e/2m)B \sin\theta$.

Για $B=1T$ το πρωτόνιο έχει $\omega=47.9 \sin\theta$ MHz και το ηλεκτρόνιο $\omega=8.8 \sin\theta$ MHz.

Η ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΤΟΥ SPIN ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ

Όταν το spin του φορτισμένου σωματίου βρεθεί μέσα σε μαγνητικό πεδίο ομογενές, είναι σαν ηλεκτρικός δακτύλιος, όπου το φορτίο περιστρέφεται κυκλικά, σαν να βρισκόταν το φορτίο μέσα σε μαγνητικό πεδίο B και σύμφωνα με τον νόμο,

$$F' = ev'B' = m\omega'^2 r \quad \text{θα έχουμε} \quad \omega' = eB'/m \quad (1)$$

Βέβαια το B' είναι εκπληκτικά υψηλό για να πετύχουμε την συχνότητα ιδιοπεριστροφής του πρωτονίου $\omega = 4.5 \times 10^{23} \text{ Hz}$, ή του ηλεκτρονίου $\omega = 2.5 \times 10^{20} \text{ Hz}$.

Αλλά μπορεί η F' να είναι και ηλεκτρική δύναμη. Είτε πρόκειται για δύναμη από υψηλό μαγνητικό πεδίο, είτε για ηλεκτρική δύναμη, αν υποβάλλουμε το σωματίο που έχει το spin σε ομογενές μαγνητικό θετικό ή αρνητικό πεδίο πρόσθετο B', θα έχουμε,

$$F = F' \pm evB = m(\omega)^2 r = m(\omega' \pm \Delta\omega)^2 r$$

$$\text{Αλλά} \quad (\omega' \pm \Delta\omega)^2 = \omega'^2 + \Delta\omega^2 \pm 2\omega'\Delta\omega = \omega'(\omega' + (\Delta\omega^2/\omega') \pm 2\Delta\omega) \quad ,$$

Και $(\Delta\omega^2/\omega') \cong 0$, οπότε $(\omega' \pm \Delta\omega)^2 = \omega'^2 \pm 2\omega'\Delta\omega = \omega'(\omega' \pm 2\Delta\omega)$, και τότε,

$$\Delta\omega = \pm eB/2m \quad (2)$$

(ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ, Ohanian)

Που βέβαια είναι η συχνότητα Larmor και προφανώς αυτή η διαφορά διανύσματος, προσθαφαιρείται στην συχνότητα του spin.

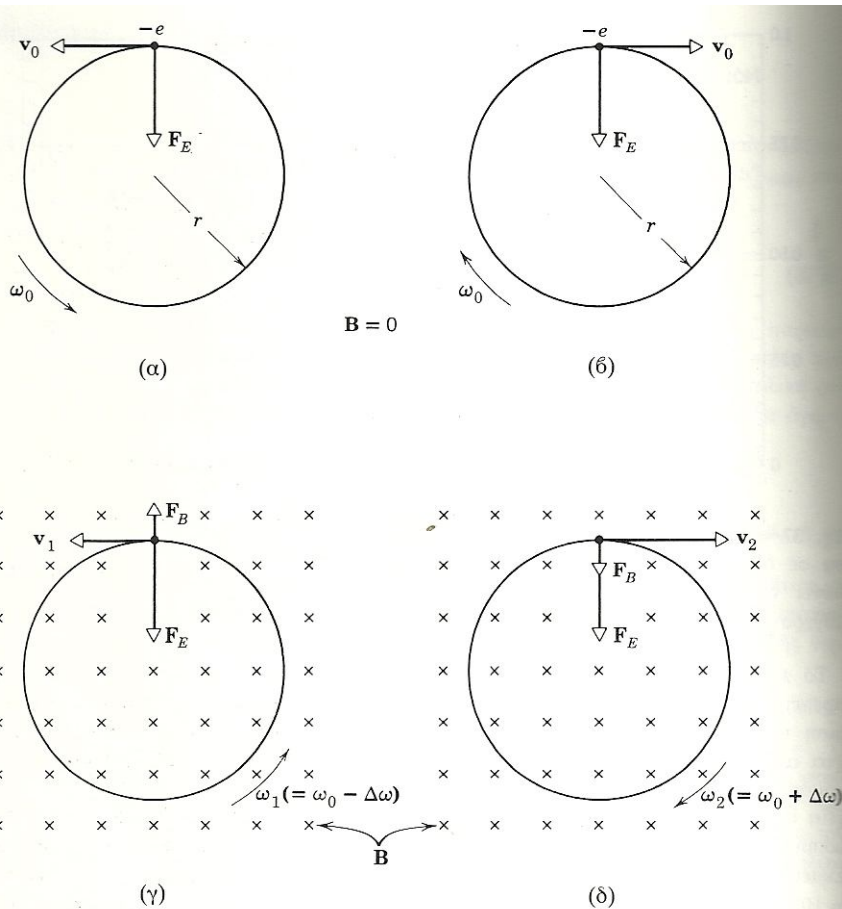
Η ΜΑΓΝΗΤΙΚΗ ΡΟΠΗ ΤΟΥ ΠΡΩΤΟΝΙΟΥ ΚΑΙ ΤΟΥ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΟΥ

Η μαγνητική ροπή είναι αντίρροπη της στροφορμής και όταν το πρωτόνιο μπει σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, τότε (1),(2) συνεπάγονται $L = m(\omega + \Delta\omega)r^2 = 1.5(eB/m)$. Αλλά έχουμε δει ότι στον πυρηνικό μαγνητικό συντονισμό η συχνότητα Larmor είναι $(eB/2m)\sin\theta$, αυτή προφανώς είναι ίση με την $1.5(eB/m)\cos\theta = eB/2m$ και $\theta = 70.54^\circ$, αλλά και $\sin 70.54 = 0.943$, δηλαδή πολύ κοντά στην μονάδα. Άρα η συχνότητα Larmor του πρωτονίου είναι $47.9\sin\theta = 45.2 \text{ MHz}$ (πειραματική 42.577 MHz) και του πρωτονίου 8.29 MHz.

Ασφαλώς με αυτές τις τιμές $L = h/2$.

ΠΑΡΑΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΔΙΑΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ ΔΙΑΤΟΜΙΚΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

Όταν ένα υλικό βρεθεί μέσα σε μαγνητικό πεδίο, η στροφορμή των σωματιδίων του προσανατολίζεται με το πεδίο και παρέχουμε προσανατολισμούς των spin για παραμαγνητικά και διαμαγνητικά υλικά, από σχήμα της ΦΥΣΙΚΗΣ Halliday-Resnick,



Σχ. 37-7 (α) Ήλεκτρονιο περιφερόμενο μέσα σέ άτομο. (β) Ήλεκτρονιο περιφερόμενο κατά τήν αντίθετη φορά. (γ) Τό μαγνητικό πεδίο πού εφαρμόζεται μειώνει τή γραμμική ταχύτητα τού ήλεκτρονίου στό (α), δηλαδή $v_1 < v_0$. (δ) Τό μαγνητικό πεδίο αυξάνει τή γραμμική ταχύτητα τού ήλεκτρονίου στό (β), δηλαδή $v_2 > v_0$.

(εμείς αντί για περιφορά ήλεκτρονίου, θεωρούμε περιφορά στο spin)

Σημειώνουμε ότι στα παραμαγνητικά υλικά, η μαγνητική ροπή του spin είναι ομόροπη του πεδίου που εφαρμόζεται και στα διαμαγνητικά αντίροπη. Εδώ επισημαίνουμε αυτό που σημειώθηκε σε άλλη εργασία, ότι ο προσανατολισμός της μαγνητικής ροπής των διαμαγνητικών υλικών, προσδιορίζεται από άλλο σχέδιο δράσης της ύλης.

Έτσι η $-\Delta\omega$ ισχύει για τα παραμαγνητικά υλικά, ενώ η $+\Delta\omega$ για τα διαμαγνητικά.

Στα διατομικά αέρια, η στροφορμή και οι μαγνητικές ροπές των ατόμων αλληλοαναιρούνται. Όταν όμως εφαρμοστεί εξωτερικό μαγνητικό πεδίο, τότε αν το άτομο έχει ροπή $kh(eB/2m)\sin\theta$, τότε το άλλο θα έχει $-kh(eB/2m)\sin\theta$ και συνολικά το διατομικό μόριο θα έχει συνολική ροπή $\mu = kh(eB/m)\sin\theta + kh(eB/2m)\sin\theta + (-kh(eB/2m)\sin\theta) = kh(eB/m)\sin\theta$, όση η ροπή του μορίου σε πεδίο (αλλά η συχνότητα ω' θα είναι $\omega = \omega' + \Delta\omega - (\omega' - \Delta\omega) = 2\Delta\omega$ και για τον λόγο αυτό έχει την μαγνητική ροπή και είναι παραμαγνητικό ή διαμαγνητικό το υλικό).

ΜΑΚΡΟΦΥΣΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ ΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΡΟΠΗ

$\mathbf{M} = \chi \mathbf{H}$, $\mathbf{B} = \kappa_m \mathbf{H}$, $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_m = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M})$, $\kappa_m = \mu_0 (1 + \chi)$ και $\chi =$ μαγνητική επιδεκτικότητα υλικού που τέθηκε σε σωληνοειδές πηνίο όπου ρέει μαγνητικό πεδίο \mathbf{B} . \mathbf{M} είναι η μαγνήτιση του υλικού, \mathbf{H} το μαγνητίζον πεδίο, κ_m η μαγνητική διαπερατότητα και εάν $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 = \mu_0 \mathbf{H}$.

Εξάγεται, $1/\chi = (\mathbf{B}/\mu_0 \mathbf{M}) - 1$ και

$$\mathbf{M} = (\chi / (1 + \chi) \mu_0) \mathbf{B}$$

Αλλά η μαγνήτιση είναι το μακροφυσικό μέγεθος που οφείλεται στον προσανατολισμό των μικροφυσικών μαγνητικών ροπών, οπότε στα αέρια η μικροφυσική μαγνήτιση θα είναι,

$$\mathbf{M} / N_A = 2.77 \times 10^{-24} \text{ (Amp/met) lit} = 6.21 \times 10^{-26} \text{ Amp-met}^2 = \mu_L$$

Αυτή είναι η μαγνητική μοριακή ροπή, που οφείλεται σε εξωτερικό μαγνητικό πεδίο και οφείλεται στην συχνότητα μετάπτωσης Larmor.

Και εδώ ισχύει $\mu \cos \theta = \mu_L$ και

$$\theta = \cos^{-1} (\mu_L / \mu)$$

Και θα ισχύει, $\theta = \cos^{-1} \frac{\chi}{(1 + \chi) \mu_0} \frac{1}{N_A} \frac{1}{\mu}$ για $B = 1$

Για το οξυγόνο $\chi = 2.1 \times 10^{-6}$, $\mu = 13.9 / \pi = 4.42 \times 10^{-23}$ (για το οξυγόνο) και

$$\theta = \cos^{-1} 0.0014 = 89.9^\circ \text{ και } \sin \theta = 0.9999.$$

ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Τα παραμαγνητικά ή τα διαμαγνητικά υλικά, θα έχουν συχνότητα μετάπτωσης σε μαγνητικό πεδίο $\omega = k e / m = \mu / h / 2$ και το αέριο οξυγόνου θα έχει $\omega = k (e / m) \sin \theta = 187 \text{ MHz}$, όπου και θα απορροφάται η ηλεκτρομαγνητική ενέργεια, σε πεδίο $B = 1 \text{ T}$. Αυτή είναι η συχνότητα $2 \Delta \omega$ που αντιστοιχεί στην μαγνητική ροπή $k (e / 2m) (h / 2) \sin \theta$ και $k = 0.00214$.

Το πείραμα θα δείξει αν απορροφάται συχνότητα 187 MHz στο αέριο του οξυγόνου και με την παραδοχή της σταθεράς της επιδεκτικότητας.

Η $\Delta\omega$ σημαίνει ότι όταν μαγνητίζεται το υλικό, στιγμιαία και πριν αρχίσει η συχνότητα Larmor, προστέθηκε η $\Delta\omega$ στην συχνότητα του spin, που στιγμιαία το διάνυσμα του spin, είναι ομοπαράλληλο του εφαρμοζόμενου πεδίου.