ΠΑΡΑΓΩΓΟΙ ΚΑΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ ΔΙΑΚΡΙΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΑΛΕΚΟΣ ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΠΟΥΛΟΣ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Τα σύμπαντα, η ύλη είναι πεπερασμένα, συνεπώς υπάρχει άτμητο στην ύλη, που ο Δημόκριτος το ονόμασε άτομο. Απόρροια αυτού είναι, στα μαθηματικά που αντανακλούν την ύλη, να μην υπάρχει όριο που τείνει στο μηδέν, συνεπώς ο απειροστικός λογισμός είναι ολοκληρωτικά λάθος! Έτσι έχουμε ανάγκη τα διακριτά μαθηματικά, με διαφορές που δεν τείνουν στο μηδέν.

Υπάρχουν δύο τύποι διαφορών, δύο τρόποι για να εκφράσουμε την διαφορά μιας μεταβλητής σε μία συνάρτηση. Και με τους δύο τρόπους οδηγούμαστε σε διαφορετικά ολοκληρώματα και παραγώγους, που και οι δύο τρόποι διαφορών δίδουν. Αυτά έχουν συγκεκριμένες εφαρμογές στην φυσική και την στατιστική και στις άλλες επιστήμες.

Τα αποτελέσματα των διακριτών μαθηματικών, είναι πολύ διαφορετικά με του απειροστικού λογισμού, ο οποίος εφαρμόστηκε και έπεσαν γέφυρες και διαστημόπλοια και έγιναν πυρηνικά ατυχήματα!

Τα διακριτά μαθηματικά, είναι αποτέλεσμα, της σφικτής, συνεπούς και ρεαλιστικής λογικής, που απαιτεί πλήρη συνέπεια προς την ύπαρξη της ύλης και της δομής της.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Για την φύση, δύο πράγματα μόνο μπορούν να συμβαίνουν και όχι ταυτόχρονα. Ή ότι τέμνεται διαρκώς στο άπειρο, ή έχει ένα ή ελάχιστα τμήματα ύλης, διακριτά, τα άτμητα ή άτομα κατά τον Δημόκριτο.

Στα νεανικά μου χρόνια, υποστήριξα ότι τέμνεται στο άπειρο, ούτως ώστε η ύλη να γεμίζει με όλο και μικρότερα σωμάτια,

Η σύγχρονη φυσική τείνει να υποστηρίξει την Big Bang, οπότε και η ύλη είναι πεπερασμένη και συνεπώς υπάρχει ή υπάρχουν ελάχιστα ύλης, διακριτά μεταξύ τους.

Με την επινόηση της κοσμοθεωρίας μου[1] και την έλευση του αιθέρα, υπάρχουν ελάχιστα τμήματα ύλης και ο αιθέρας είναι το κενό της ύλης, αφού δεν είναι ύλη, και την γεμίζει.

---

[1] THE TOTAL THEORY, International Journal of Mathematics and Physical Sciences Research, Apr2020-Sept2020

Το άπειρα διαιρετό της ύλης υποστήριξε ο Αναξαγόρας και το άτμητο ο Δημόκριτος. Κατά την λογική επικρατεί ο Δημόκριτος, η ύλη έχει ελάχιστα ή άτομα.

Ο απειροστικός λογισμός στα μαθηματικά, δέχεται ένα όριο που τείνει στο μηδέν, το dx της παραγώγου dy/dx. Επειδή τα μαθηματικά είναι αντανάκλαση της φύσης, αυστηρή, συνοπτική και πολλές φορές συμβολική, και ο απειροστικός λογισμός είναι λάθος ολοκληρωτικά[2]. Άλλως περιγράφουμε σύμπαντα μη υπαρκτά!

Αυτό δεν σημαίνει ότι δεν υπάρχουν όρια, αλλά όριο προς το μηδέν δεν υπάρχει.

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Όπως οφείλει κάθε μεγάλη θεωρία, αυτή πρέπει να έχει αρχή ή αρχές. Τα διακριτά μαθηματικά έχουν φιλοσοφική αρχή, το αδιαίρετο της ύλης, τα άτομα. Αυτό αντανακλάται στην δομή τους και στηρίζονται στην μεταβλητή, π.χ. η x, που έχει διαφορά $\Delta x=x_2-x_1$. Πολλές φορές $\Delta x=x$, επειδή το x είναι πεπερασμένο.

Ακολούθως αναπτύσσονται επαγωγικοί και απαγωγικοί συλλογισμοί, ώστε να κτιστούν τα νέα μαθηματικά! Όπως οφείλεται επειδή τα μαθηματικά είναι αυστηρή και συνοπτική λογική, εφαρμόζονται οι νόμοι της λογικής σε όλη την έκταση, με σοβαρή προσπάθεια αποφυγής των λαθών.

Η ΓΕΝΙΚΗ ΔΙΑΦΟΡΑ

Έχουμε την γενική συνάρτηση $f(x)=y= ax^n+bx^{n-1}+cx^{n-2}+\ldots.+px+q$.

Η διαφορά $\Delta f(x)=f(x_2)-f(x_1)$ κατά τον πρώτο τρόπο θα είναι,

Πρώτος τρόπος

$$\Delta f(x)= a(\Delta x)^n+b(\Delta x)^{n-1}+\ldots\ldots+p\Delta x$$

Και η παράγωγος, $\Delta f(x)/\Delta x = a(\Delta x)^{n-1}+b(\Delta x)^{n-2}+\ldots.+p$

$$\Delta f(x) =q+ \{\Delta f(x)/ \Delta x\}\Delta x$$

Η διαφορά αυτή είναι διακριτή, επειδή είναι διακριτό το Δx. Σε οποιεσδήποτε περιπτώσεις που $\Delta x=x$, π.χ. $\Delta r=r$, κάνουμε αντικατάσταση του $\Delta x=x$ στο δεύτερο σκέλος της εξίσωσης.

Η ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ

Στα μαθηματικά έχουμε την γραμμική εξίσωση ή συνάρτηση $f(x)=y= A+bx$. Οι A και b είναι σταθερές. Η διαφορά τους θα είναι,

[2] ALEKOS CHARALAMPOPOULOS, OVERTURNING OF INFINITESIMAL CALCULUS AND RESTORATION OF THE MATHEMATICS IN CONNECTION WITH THE COSMIC THEORY "THE IDION' International Journal of Mathematics and Physical Sciences Research, Oct2020-Mar2021

$$\Delta f(x)=f(x_2)-f(x_1)=y_2-y_1= \Delta A+ \Delta(bx)= b\ \Delta x.$$

Ορίζουμε σαν την παράγωγο της συνάρτησης, σύμφωνα με τον πρώτο τρόπο, την

$$\Delta f(x)/\ \Delta x\ = \Delta y/\ \Delta x\ = b=b(x^0).$$

Ώστε, $\Delta f(x)/\Delta x =\{f(x_2)-f(x_1)\}/\Delta x=(y_2-y_1)/\ \Delta x = bx^{1-1}$.

ΕΞΙΣΩΣΗ n ΒΑΘΜΟΥ

Αν έχουμε $f(x)=A+bx^n$, τότε σύμφωνα με τον πρώτο τρόπο,

$\Delta f(x)=f(x_2)-f(x_1)=y_2-y_1= \Delta A+\Delta(bx^n)$. Τότε,

$$\Delta f(x)/\Delta x= \Delta y/\Delta x = b(\Delta x)^{n-1}$$

$$\Delta f(x)= \Delta y= A+\{\Delta f(x)/\Delta x\}\Delta x.$$

Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΟΥ ΟΜΩΣ ΤΩΡΑ

Αν έχουμε $f(x)=A+bx^n$, $\Delta f(x)=b(\Delta x)^n$ και $\Delta x' = x^n-x^{n-1}=x^{n-1}(x^1-1)$, τότε,

$$\Delta f(x)/\Delta x' = \Delta f(x)/\ x^{n-1}(\ x^1-1)= b(\Delta x)^n/x^{n-1}(x^1-1)\ ,$$

$$\Delta f(x)/\ \Delta x^{n-1} =b\Delta x'\Delta x/x^{n-1}(x-1)= b\Delta x.$$

$$\Delta f(x)/\ \Delta x^{n-1} = b\Delta x= b(\Delta x)^n/(\Delta x)^{n-1}.$$

$$\Delta f(x)/\ \Delta x = b\ (\Delta x)^{n-1}$$

Όλα αυτά σύμφωνα με το πρώτο τρόπο.

ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΑΡΑΓΩΓΟΙ

Θεωρούμε πάλι την γραμμική μορφή της συνάρτησης $f(x)=A+bx$. Αντίστροφα τώρα από την παράγωγο που υπολογίσαμε, το ολοκλήρωμα σύμφωνα με τον πρώτο και για $x=\Delta x$ είναι,

$$F(x)=\int(A+bx)\Delta x =Ax+bx^2=xf(x)$$

δεν χρειάζεται σταθερή c.

Η διαφορά του ολοκληρώματος θα είναι, $\Delta F(x)= \Delta xb\Delta x=b(\Delta x)^2$. Δηλαδή,

$$\Delta F(x)/\Delta x = \Delta f(x) = b\Delta x$$

$$\Delta f(x)=\ \Delta F(x)/\Delta x$$

$$f(x) = A+ \Delta F(x)/\Delta x$$

Το ολοκλήρωμα της $f(x)=bx^n$ θα είναι $F(x)= \int(bx\hat{}n)\Delta x=bx^{n+1}/n$.

ΝΑ ΔΟΥΜΕ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΗ ΔΙΑΦΟΡΑ

Θεωρούμε την γραμμική συνάρτηση $f(x)=A+bx$. Τώρα πλέον ορίζουμε, σύμφωνα me τον δεύτερο τρόπο την διαφορά,

Δεύτερος τρόπος

$$\Delta f(x)=A+b(x+\Delta x_1)-f(x) \text{ οπότε,}$$

$$\Delta f(x)=\{(A+bx+b\Delta x_1)-A-bx\}=b\Delta x_1$$

$$\Delta f(x)/\Delta x_1 =b.$$

Βρίσκουμε δηλαδή την ίδια τιμή με αυτή που βρήκαμε με την $\Delta f(x)=b\Delta x$.

Γενικά μεταξύ των δύο τρόπων, $\Delta x\neq\Delta x_1$,

Για $f(x)=bx^2$ με την πρώτη μέθοδο βρίσκουμε $\Delta f(x)=b(\Delta x)^2$ και

$$\Delta f(x)/\Delta x =b\Delta x.$$

Με την δεύτερη μέθοδο βρίσκουμε, $\Delta f(x)=b(x+\Delta x_1)^2-f(x)=2\Delta x_1 +(\Delta x_1)^2$, οπότε

$$\Delta f(x)/\Delta x_1 =2+\Delta x_1.$$

Εάν $\Delta x=\Delta x_1$ τότε $b\Delta x=2+\Delta x$ και $\Delta x=2/(b-1)$. Τώρα η Δx παίρνει μία συγκεκριμένη τιμή. Στην περίπτωση αυτή, αποφεύγουμε το $\Delta x=x$.

ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑ ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΤΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟ ΤΡΟΠΟ

Η παράγωγος, της $f(x)= A+bx^k$ είναι,

$$\Delta f(x)/ \Delta x = \{(A+b(x+\Delta x)^k)-A-bx^k\}/\Delta x$$

$$= bx^k\{ n(\Delta x/x)+ \tfrac{1}{2} n(n-1)(\Delta x/x)^2+\ldots \}/\Delta x \quad \text{και}$$

$$\Delta f(x)/\Delta x= bx^{k-1}\{n+ \tfrac{1}{2} n(n-1)(\Delta x/x)+ (1/6)n(n-1)(n-2)(\Delta x/x)^2+\ldots\} ;$$

Το ολοκλήρωμα θα είναι, $F(x)= \int(\Delta f(x)/\Delta x)\Delta x=$

$$=A+(bx^k/k)n$$

Δηλαδή, $f(x)=bx^k$, $F(x)= \int bx\,^\wedge k\ \Delta x = A+bx^{k+1}/n$ και η A=σταθερή,

Η ΓΕΝΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

Τώρα αφού η διαφορά σύμφωνα με τον δεύτερο τρόπο, της γενικής συνάρτησης $f(x)=A+bx^n$ θα είναι,

$$\Delta f(x)=A+b(x+\Delta x)^n-f(x) \qquad \text{και}$$

$$\Delta f(x)=bx^n\{1+(\Delta x/x)\}^n-bx^n=bx^n\{ n(\Delta x/x)+ ½ n(n-1)(\Delta x/x)^2+\dots \}$$

(σύμφωνα με την ανάπτυξη του διώνυμου). Και

$$\Delta f(x)/\Delta x= bx^{n-1}\{n+ ½ n(n-1)(\Delta x/x)+ (1/6)n(n-1)(n-2)(\Delta x/x)^2+\dots\}$$

Για αυτή την συνάρτηση, με την άλλη πρώτη μέθοδο βρήκαμε,

$$\Delta f(x)/\Delta x= \Delta y/\Delta x = b(\Delta x)^{n-1}$$

Από τις δύο εξισώσεις βρίσκουμε αν εξισώσουμε τα δύο Δx των δύο τρόπων,

$$b(\Delta x)^{n-1} = bx^{n-1}\{n+ ½ n(n-1)(\Delta x/x)+ (1/6)n(n-1)(n-2)(\Delta x/x)^2+\dots\}\text{και}$$

$$(\Delta x/x)^{n-1} = \{n+ ½ n(n-1)(\Delta x/x)+ (1/6)n(n-1)(n-2)(\Delta x/x)^2+\dots$$

Τότε το n παίρνει την μοναδική τιμή n=1. Δηλαδή είναι η γραμμική συνάρτηση της οποίας η διαφορά με τον πρώτο τρόπο που εξετάσαμε είναι $\Delta f(x)=b\Delta x^n$ και n=1 (πρώτου βαθμού γραμμική συνάρτηση) και αφού Δx=x, είναι η ίδια διαφορά και στους δύο τρόπους.

Αυτό σημαίνει ότι για την γραμμική συνάρτηση f(x)=bx θα έχουμε το ίδιο Δx=x και με τους δύο τρόπους ταυτόχρονα της διαφοράς Δf(x)=bΔx και Δf(x)=b(x+Δx)-f(x).

ΔΙΑΦΟΡΑ ΚΥΜΑΤΙΚΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ

Έχουμε την κυματική εξίσωση y=Acos(ωt+φ). Η διαφορά θα είναι, σύμφωνα με τον πρώτο τρόπο,

$$\Delta y=A\cos(\omega\Delta t+\varphi)$$

Στις κυματικές εξισώσεις Δt=T=περίοδος κύματος και,

$$\Delta y=A\cos(2\pi+\varphi)=A\cos\varphi.$$

$$\Delta y/\Delta t=(A/T)\cos\varphi=(\omega A/2\pi)\cos\varphi.$$

Αλλά cosφ=-sin((π/2)+φ) για μετάθεση της αρχικής συνθήκης φ κατά π/2. Έτσι,

$$\Delta y/\Delta t=-(A\omega/2\pi)\sin\{(\pi/2)+\varphi\} \qquad \text{και}$$

$$\Delta y/ \Delta t^2=-(A\omega^2/4\pi^2)\cos\varphi$$

Βλέπουμε την ταχύτητα και την επιτάχυνση της y σε αρχικές και διαφορετικές συνθήκες και μπορούμε να έχουμε αρχική τιμή της φ, τόσο, ώστε να ανταποκρίνεται στην τιμή της ταχύτητας ή της επιτάχυνσης που θέλουμε να βρούμε.

Αλλά, πέρα από τους δύο τρόπους της διαφοράς, μπορούμε να θεωρήσουμε άγνωστο το συνημίτονο, και,

$$\Delta y= A\Delta\cos(\omega t+\varphi)=A\Delta\{1-\sin^2(\omega t+\varphi)\}^{1/2} =A\{\Delta(\Delta 1)- \Delta^2 \sin^2(\omega t+\varphi)\}^{1/2}=-\Delta\sin(\omega t+\varphi)$$

$$\Delta y=-\sin(\omega\Delta t+\varphi)=-\sin(2\pi+\varphi)=-\sin\varphi.$$

$$\Delta y/\Delta t = -(A/T)\sin\varphi=-(\omega A/2\pi)\sin\varphi=-(v/2\pi)\sin\varphi.$$

Η φ είναι η αρχική συνθήκη, αλλά μπορεί ταυτόχρονα να είναι η γωνία ταλάντωσης, στην οποία θα βρούμε την ταχύτητα Δy/Δt με διαφορετικές αρχικές συνθήκες.

Η επιτάχυνση θα είναι,

$$\Delta y/\Delta t^2= (A/T^2)\ \Delta\cos(\omega t+\varphi)=-(\omega^2A/4\pi^2)\cos\varphi.$$

Σύμφωνα με τον δεύτερο τρόπο, θα είναι,

$$\Delta y= A\cos(\omega t+\varphi+\omega\Delta t)-A\cos(\omega t+\varphi)$$

$\Delta t=T$ και, $\Delta y=0$.

ΔΙΑΦΟΡΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΤΟΥ ΟΡΙΟΥ e

Έχουμε την συνάρτηση, $f(x)=e^x$. Τότε με τον πρώτο τρόπο,

$$\Delta f(x)/\Delta x=e^{\Delta x}/\Delta x=(\ln\Delta x)/\Delta x.$$

Και σύμφωνα με τον δεύτερο, $\Delta f(x)/\Delta x=\{e^{x+\Delta x}-e^x\}/\Delta x=(e^{x(1+\Delta x/x)}-e^x)/\Delta x$, και

$$\Delta f(x)/\Delta x= (e^x/\Delta x)(e^{(1+\Delta x/x)}-1)=\{(\ln x)/\Delta x\}(\ln(1-\Delta x/x)$$

Μπορούμε να κάνουμε τους υπολογισμούς με $\Delta x=x$.

ΔΙΑΦΟΡΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΤΟΥ ΛΟΓΑΡΙΘΜΟΥ

Έχουμε την συνάρτηση, $f(x)= \ln(x^n)$. Τότε με τον πρώτο τρόπο,

$$\Delta f(x)/\Delta x = \ln(\Delta x^n)/\Delta x.$$

Και με τον δεύτερο τρόπο, $\Delta f(x)/\Delta x= \{\ln(x+\Delta x)^n-\ln x\}/\Delta x$,

$$=\{\ln[x(1+\Delta x/x]^n-\ln x \qquad \text{και}$$

$$\Delta f(x)/\Delta x= \ln[x\{n+ \tfrac{1}{2}\, n(n-1)(\Delta x/x)+ (1/6)n(n-1)(n-2)(\Delta x/x)^2+\ldots\}],$$

$$=\ln(\{n+ \tfrac{1}{2}\, n(n-1)(\Delta x/x)+ (1/6)n(n-1)(n-2)(\Delta x/x)^2+\ldots\},$$

ΠΟΤΕ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙΤΑΙ Ο ΠΡΩΤΟΣ ΚΑΙ ΠΟΤΕ Ο ΔΕΥΤΕΡΟΣ ΤΡΟΠΟΣ

Στην φυσική, που η δύναμη είναι, $F=km\omega^2r=km\omega^2r^4/r^3=k'/r^3$ όπως στην ατομική και την πλανητική φυσική, η ολική ενέργεια είναι $E=k'/r^2$, τότε μεταβαίνουμε από την δύναμη στην ενέργεια, με ολοκλήρωση πρώτου τρόπου χωρίς σταθερή ολοκλήρωσης και από την ενέργεια στην δύναμη, με παράγωγο του πρώτου τρόπου, $F=\Delta E/\Delta r=k'/r^3$. Σημειώστε ότι στις αρμονικές ταλαντώσεις, $\Delta r=2r$ ή $\Delta R=R$ στο άτομο του υδρογόνου ($R=2r$).

Σε μερικές κατανομές της στατιστικής, χρησιμοποιούμε τον πρώτο τρόπο και μερικές τον δεύτερο τρόπο, για να βρούμε τους αριθμητικούς μέσους και τις ροπές και τις διακυμάνσεις.

ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Τα σύμπαντα, η ύλη είναι πεπερασμένα, συνεπώς υπάρχει άτμητο στην ύλη, που ο Δημόκριτος το ονόμασε άτομο. Απόρροια αυτού είναι, στα μαθηματικά που αντανακλούν την ύλη, να μην υπάρχει όριο που τείνει στο μηδέν, συνεπώς ο απειροστικός λογισμός είναι ολοκληρωτικά λάθος! Έτσι έχουμε ανάγκη τα διακριτά μαθηματικά, με διαφορές που δεν τείνουν στο μηδέν.

Υπάρχουν δύο τύποι διαφορών, δύο τρόποι για να εκφράσουμε την διαφορά μιας μεταβλητής σε μία συνάρτηση. Και με τους δύο τρόπους οδηγούμαστε σε διαφορετικά ολοκληρώματα και παραγώγους, που και οι δύο τρόποι διαφορών δίδουν. Αυτά έχουν συγκεκριμένες εφαρμογές στην φυσική και την στατιστική και στις άλλες επιστήμες.

Τα αποτελέσματα των διακριτών μαθηματικών, είναι πολύ διαφορετικά με του απειροστικού λογισμού, ο οποίος εφαρμόστηκε και έτσι έπεσαν γέφυρες και διαστημόπλοια και έγιναν πυρηνικά ατυχήματα!

Τα διακριτά μαθηματικά, είναι αποτέλεσμα, της σφικτής, συνεπούς και ρεαλιστικής λογικής, που απαιτεί πλήρη συνέπεια προς την ύπαρξη της ύλης και της δομής της.

ΣΧΕΤΙΚΑ

1) ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ, Finney-Weir-Giordano, σελ. 1=59,83-131,143-191,320-400, ΠΕΚ, Ηράσκλειο 2006
2) ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ, Lewis, σελ. 1-60,78-88, 179-184,220-281, Παπαζήση, Αθήνα 1969
3) ΓΕΝΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ, Ayres, σελ. 1-18, 22-37, 60-68,138-142,157-182, ΕΣΠΙ, Αθήνα 1983
4) ΑΝΩΤΕΡΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ, Spiegel, σελ. 1-18,20-38, 57-75,80-100, ΕΣΠΙ, Αθήνα 1982
5) ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ, Μπαϊμπάς-Πυρίδης, σελ. 331-354, 162-165, 365-373,377-403, Αθήνα 1976